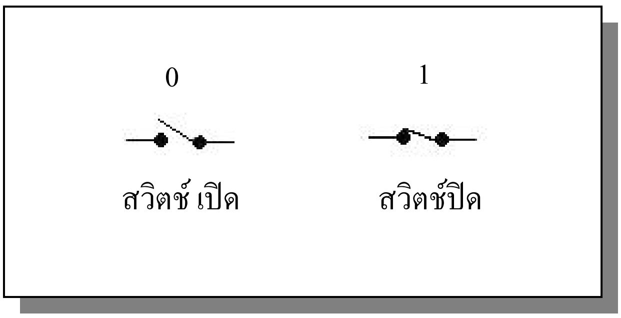
บทที่ 4
พีชคณิตบูลีน และลอจิกเกตพื้นฐาน

พีชคณิตบูลีน เป็นเครื่องของนักออกแบบวงจรอิเล็กทรอนิกส์ ที่นำมาช่วยในเรื่องของการลดรูปสมการให้สั้นลง ซึ่งจะทำให้ประหยัดทุนทรัพย์ในการซื้อลอจิกเกตมาใช้สำหรับประกอบวงจรอิเล็กทรอนิกส์ ในอดีตนักปรัชญาชาวกรีกได้เคยทำการศึกษาเกี่ยวกับวงจรลอจิก หลังจากนั้นในปี พ.ศ. 2473 วงจรลอจิกจึงได้ถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์ระบบสวิตชิ่งของเครื่องชุมสายโทรศัพท์แบบอัตโนมัติ และปัจจุบันวงจรลอจิกได้มีบทบาทในการสื่อสารข้อมูลในรูปแบบต่างๆ จึงจำเป็นต้องเรียนรู้ และทำความเข้าใจกับวงจรลอจิกแบบต่างๆ ว่าจะใช้เพื่อการตัดสินใจตามกฎของลอจิกนั้นๆ อย่างไรจึงประหยัดเวลา ทุนทรัพย์ และเกิดประโยชน์สูงสุด

หลักการเบื้องต้นของวงจรลอจิก วงจรลอจิกจะมีการกำหนดสภาวะการทำงานได้อยู่ 2 สภาวะ ซึ่งจะแทนด้วยตัวแปร และค่าของตัวแปรจะมีอยู่ 2 สภาวะซึ่งอาจมีค่าเป็น 0 หรือ 1

ลอจิก 0 หมายถึง ไม่มีสัญญาณ หรือสวิตช์เปิด

ลอจิก 1 หมายถึง มีสัญญาณหรือสวิตช์ปิด ดังแสดงในรูป 4.1



ภาพที่ 4.1 การใช้สัญลักษณ์สวิตช์แทนลอจิก

หลักการเบื้องต้นของพีชคณิตบูลีน นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ George Boole ได้เป็นผู้กำหนดพีชคณิตบูลีนขึ้น ในพีชคณิตบูลีนเราใช้อักษร A B C ... แทนตัวแปรค่า 2 สภาวะคือ 0 หรือ 1 และใช้เครื่องหมายทางเลขคณิต แทนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรนั้น ๆ ได้แก่

เครื่องหมาย - แทนความหมาย น็อต (NOT)

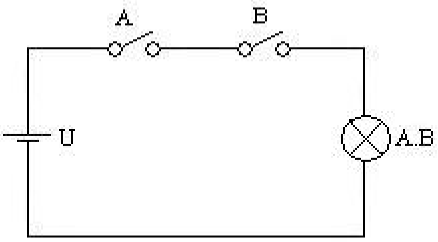
เครื่องหมาย + แทนความหมาย ออร์ (OR)

เครื่องหมาย . แทนความหมาย แอนด์ (AND)

วงจรพื้นฐานและตารางความจริง

ระบบดิจิตอลจะมีวงจรพื้นฐานอยู่ 2 ชนิดด้วยกัน ซึ่งได้แก่ วงจรอนุกรม และวงจรขนาน วงจรอนุกรมจะหมายถึงการนำเอาสวิตช์ ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปมาต่อกันเป็นลำดับ ส่วนวงจรขนาน หมายถึง การนำเอาสวิตช์ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปมาต่อกับแบบขนานดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. วงจรและตารางความจริง การดำเนินการแอนด์



วงจรอนุกรม

ตารางการดำเนินการแอนด์

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ภาพที่ 4.2 วงจรพื้นฐานและตารางความจริงของการดำเนินการแอนด์

จากภาพเป็นการนำเอาสวิตช์ 2 ตัวมาต่อกันแบบลำดับ หรือที่เรียกว่า การต่อแบบอนุกรม หลอดไฟฟ้าที่ต่อร่วมอยู่กับวงจรจะสว่าง หรือมีค่าทางลอจิกเป็น 1 ก็ต่อเมื่อ สวิตช์ทั้งสองตัวอยู่ในสภาวะปิดทั้งคู่ หรือมีค่าเป็น 1 หากสวิตช์ตัวใดตัวหนึ่งเปิดจะทำให้กระแสไฟฟ้าจะไหลไม่ครบวงจรซึ่งส่งผลให้ หลอดไฟที่ต่อกับวงจรไม่สว่าง หรือมีสภาวะทางลอจิกเป็น 0 นั้นเอง ซึ่งตรงกับหลักการคูณเลขดังตารางความจริงด้านบน หรือดังผลลัพธ์จากการดำเนินการต่อไปนี้

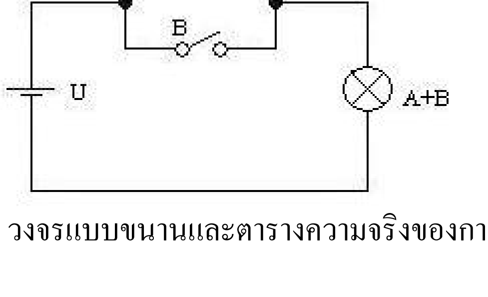
1 x 1 มีค่าเท่ากับ 1 หลอดไฟสว่าง เพราะมีกระแสไฟฟ้าไหลครบวงจร

1 x 0 มีค่าเท่ากับ 0 หลอดไม่ไฟสว่าง เพราะกระแสไฟฟ้าไหลไม่ครบวงจร

0 x 1 มีค่าเท่ากับ 0 หลอดไม่ไฟสว่าง เพราะกระแสไฟฟ้าไหลไม่ครบวงจร

0 x 0 มีค่าเท่ากับ 1 หลอดไม่ไฟสว่าง เพราะกระแสไฟฟ้าไหลไม่ครบวงจร

2. วงจรและตารางความจริง การดำเนินการออร์



ตารางการดำเนินการออร์

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ภาพที่ 4.3 วงจรแบบขนานและตารางความจริงของการดำเนินการออร์

จากภาพเป็นการนำเอาสวิตช์ 2 ตัวมาต่อกันแบบขนาน หลอดไฟฟ้าที่ต่อร่วมอยู่กับวงจรจะสว่าง หรือมีค่าทางลอจิกเป็น 1 ก็ต่อเมื่อ สวิตช์ตัวใดตัวหนึ่งอยู่ในสภาวะปิด หรือมีค่าเป็น 1 หากสวิตช์ทั้ง 2 เปิดจะทำให้กระแสไฟฟ้าจะไหลไม่ครบวงจรซึ่งส่งผลให้ หลอดไฟที่ต่อกับวงจรไม่สว่าง หรือมีสภาวะทางลอจิกเป็น 0 นั้นเอง ซึ่งตรงกับหลักการบวกเลข ดังตารางความจริงด้านบน หรือดังผลลัพธ์จากการดำเนินการต่อไปนี้

1 + 1 มีค่าเท่ากับ 1 หลอดไฟสว่าง เพราะมีกระแสไฟฟ้าไหลครบวงจร

1 + 0 มีค่าเท่ากับ 1 หลอดไฟสว่าง เพราะยังมีกระแสไฟฟ้าไหลครบวงจร

0 + 1 มีค่าเท่ากับ 1 หลอดไฟสว่าง เพราะยังมีกระแสไฟฟ้าไหลครบวงจร

0 + 0 มีค่าเท่ากับ 0 หลอดไม่ไฟสว่าง เพราะกระแสไฟฟ้าไหลไม่ครบวงจร

จากในรูปที่ 4.2 และ 4.3 สามารถดูการทำงานของวงจร และเปรียบเทียบได้จากตาราง เช่น ถ้าตัวแปร A และ B เป็น 0 ทั้งคู่ สวิตช์ A และ B จะถูกเปิดทั้งคู่ ถ้าตัวแปร A และ B เป็น 1 ทั้งคู่ สวิตช์ A และ B จะถูกปิดทั้งคู่ เอาต์พุตที่ใช้คือหลอดไฟ ถ้าหลอดไฟติดแสดงว่าเอาต์พุตเป็น 1 และถ้าหลอดไฟดับแสดงว่าเอาต์พุตเป็น 0

ทฤษฎีพีชคณิตของบูลีน

ตารางที่ 4.1 บทพิสูจน์ของบูลีน

ที่	บทพิสูจน์
1.	X = 0 หรือ
2.	X = 1
3.	0•0 = 0
4.	1+1 = 1
5.	0+0 = 0
6.	1•1 = 1
7.	1•0 = 0
8.	1+0 = 1

ทฤษฎีบทที่ 1 กฎการสลับที่

a) A+B = B+A

b) A•B = B•A

ทฤษฎีบทที่ 2 กฎความสัมพันธ์

a) $(A+B)+C = A+(B+C)$

b) $(A\bullet B)\bullet C = A\bullet(B\bullet C)$

ทฤษฎีบทที่ 3 กฎการกระจาย

a) $A\bullet(B+C) = (A\bullet B)+(A\bullet C)$

b) $A+(B\bullet C) = (A+B)\bullet(A+C)$

ทฤษฎีบทที่ 4 กฎของเอกลักษณ์

a) $A+A = A$

b) $A\bullet A = A$

ทฤษฎีบทที่ 5 กฎการลบล้าง

a) $\overline{A} = \overline{A}$

b) $\overline{\overline{A}} = A$

ทฤษฎีบทที่ 6 กฎการลดทอน

a) $A+A\bullet B = A$

b) $A\bullet(A+B) = A$

ทฤษฎีบทที่ 7

a) $0+A = A$

b) $1\bullet A = A$

c) $1+A = 1$

d) $0\bullet A = 0$

ทฤษฎีบทที่ 8

a) $\overline{A}+A = 1$

b) $\overline{A}\bullet A = 0$

ทฤษฎีบทที่ 9

a) $\overline{A}+AB = (\overline{A}+A)\bullet(\overline{A}+B) = \overline{A}+B$

b) $A\bullet(\overline{A}+B) = (A\overline{A}+AB) = A\bullet B$

ทฤษฎีบทที่ 10 ทฤษฎีของเดอร์มอร์แกน

a) $(\overline{A+B}) = \overline{A}\bullet\overline{B}$

b) $(\overline{A.B}) = \overline{A}+\overline{B}$

การพิสูจน์ทฤษฎีของพีชคณิตบูลีน

การพิสูจน์ทฤษฎีของพีชคณิตบูลีน สามารถทำได้หลายวิธี แต่วิธีที่ง่ายและเห็นได้ชัดเจนที่สุดได้แก่ การพิสูจน์โดยใช้ตารางความจริง (Truth Table) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4.1 จงพิสูจน์ว่า $A + A \bullet B = A$

ตารางที่ 4.2 การพิสูจน์ $A + A \bullet B = A$

B	A	A • B	A+A.B
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	0
1	1	1	1

ตัวอย่างที่ 4.2 จงพิสูจน์ว่า $\overline{A} + A \bullet B = \overline{A} + B$

ตารางที่ 4.3 การพิสูจน์ $\overline{A} + A \bullet B = \overline{A} + B$

B	A	$\overline{A}$	AB	$\overline{A}$ + AB	A+$\overline{B}$
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

ตัวอย่างที่ 4.3 จงพิสูจน์ว่า $\overline{A+B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$

ตารางที่ 4.4 การพิสูจน์ $\overline{A+B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$

A	B	A + B	$(\overline{A+B})$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \bullet \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

ตัวอย่างที่ 4.4 พิสูจน์ว่า $\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$

ตารางที่ 4.5 การพิสูจน์ $\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$

B	A	$A \bullet B$	$\overline{A \bullet B}$	$\overline{B}$	$\overline{A}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

ข้อสังเกต สำหรับสูตร $A + \overline{A}B = A + B$ สามารถแปลงรูปอื่นได้อีก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$A + \overline{A}\,\overline{B} = A + \overline{B}$ (ท.9)

$\overline{A} + A B = \overline{A} + B$ (ท.9)

$A + \overline{A} B C = A + B C$ (ท.9)

$A B + \overline{AB} C = A B + C$ (ท.9)

$\overline{AB} + A B C D = \overline{AB} + C D$ (ท.9) เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 4.5 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = B\overline{A} + \overline{B}A + AB + \overline{A}\,\overline{B}$

$= \overline{B}A + \overline{A}\,\overline{B} + B\overline{A} + AB$ (จัดกลุ่ม สลับที่) (ท.1)

$= \overline{B}(A + \overline{A}) + B(\overline{A} + A)$ (ท.3) การกระจาย

$= \overline{B} \bullet 1 + B \bullet 1$ (ท.7) , (ท.8)

$= \overline{B} + B$ (ท.8)

$\therefore \quad X = 1$

ตอบ 1

ตัวอย่างที่ 4.6 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = A + \overline{A}B + A\overline{B}$ (ท.9)

$= A + B + A\overline{B}$ (ท.9)

$= A + B + A$

$= A + A + B$ (ท.4)

$\therefore \quad = A + B$

ตอบ $A + B$

ตัวอย่างที่ 4.7 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = A + \overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ (ท.3)

$= A + \overline{B}(C + \overline{A}\,\overline{C})$ (ท.9)

$= A + \overline{B}(C + \overline{A})$ (ท.3)

$= A + \overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}$ (ท.1)

$= A + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}C$ (ท.9)

$= A + \overline{B} + \overline{B}C$ (ท.6)

$\therefore \quad = A + \overline{B}$

ตอบ $A + \overline{B}$

ตัวอย่างที่ 4.8 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = \overline{B}(\overline{A} + B) \bullet (\overline{A} + \overline{C})$

$= \overline{B}(\overline{A}\,\overline{A} + \overline{A}\,\overline{C} + B\overline{A} + B\overline{C})$

$= \overline{B}\,\overline{A} + \overline{B}\,\overline{A}\,\overline{C} + \overline{B}B\overline{A} + \overline{B}B\overline{C}$

$= \overline{B}\,\overline{A} + \overline{B}\,\overline{A}\,\overline{C} + 0 + 0$ (ท.6)

$\therefore \quad = \overline{B}\,\overline{A}$

ตอบ $\overline{A}\,\overline{B}$

ตัวอย่างที่ 4.9 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = \overline{\overline{A} \bullet B + A \bullet \overline{B}}$

$= \overline{\overline{A}B} \bullet \overline{A\overline{B}}$

$= (\overline{\overline{A}} + \overline{B}) \bullet (\overline{A} + \overline{\overline{B}})$

$= (A + \overline{B}) \bullet (\overline{A} + B)$

$= A\overline{A} + AB + \overline{B}\,\overline{A} + \overline{B}B$

$= 0 + AB + \overline{B}\,\overline{A} + 0$

$= AB + \overline{B}\,\overline{A}$

$\therefore \quad = AB + \overline{B}\,\overline{A}$

ตอบ $AB + \overline{A}\,\overline{B}$

ตัวอย่างที่ 4.10 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ

$$X = \overline{A \bullet \overline{B} + \overline{A} + B}$$

$$= \overline{A \bullet \overline{\overline{B}}} \bullet \overline{\overline{A} + B}$$

$$= \overline{A} + \overline{\overline{B}} \bullet \overline{\overline{A}} \bullet \overline{B}$$

$$= (\overline{A} + B) \bullet (A \bullet \overline{B})$$

$$= (\overline{A} + B)A\overline{B}$$

$$= A\overline{A}\,\overline{B} + A\overline{B}B$$

$$= 0 + 0$$

$$= 0$$

$$\therefore \quad = 0$$

ตอบ 0

ตัวอย่างที่ 4.11 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ

$$X = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B} + ABC + \overline{C}$$

$$= \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B} + ABC$$

$$= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B} + ABC$$

$$= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C}(1 + \overline{A}B) + A\overline{B} + ABC$$

$$= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C} + A\overline{B} + ABC$$

$$= \overline{C} + CAB + \overline{A}\,\overline{B} + A\overline{B}$$

$$= \overline{C} + AB + \overline{A}\,\overline{B} + A\overline{B}$$

$$= \overline{C} + AB + \overline{B}(\overline{A} + A)$$

$$= \overline{C} + AB + \overline{B}$$

$$\therefore \quad = \overline{C} + A + \overline{B}$$

ตอบ $A + \overline{B} + \overline{C}$

ตัวอย่างที่ 4.12 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = (ABC + \overline{A}) \bullet (A + \overline{C})$

$= AABC + ABC\overline{C} + \overline{A}A + \overline{A}\,\overline{C}$

$= ABC + 0 + 0 + \overline{A}\,\overline{C}$

$\therefore \quad = ABC + \overline{A}\,\overline{C}$

ตอบ $ABC + \overline{A}\,\overline{C}$

ตัวอย่างที่ 4.12 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC + B\overline{C}$

$= BA(\overline{A} + A) + A\overline{B}C + B\overline{C}$

$= BC + A\overline{B}C + B\overline{C}$

$= B(C + \overline{C}) + A\overline{B}C$

$= B + A\overline{B}C$

$\therefore \quad = B + AC$

ตอบ $B + AC$

ตัวอย่างที่ 4.13 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = A\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{D}\,\overline{B} + A\overline{C} + C\overline{D}$

$= A\overline{B}(C\overline{D} + \overline{D}) + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{C} + C\overline{D}$

$= A\overline{B}\,\overline{D} + \overline{B}\,\overline{D}(\overline{A}C + \overline{A}\,\overline{C}) + A\overline{C} + C\overline{D}$

$= A\overline{B}\,\overline{D} + \overline{B}\,\overline{D}\,\overline{A} + A\overline{C} + C\overline{D}$

$= \overline{B}\,\overline{D}(A + \overline{A}) + A\overline{C} + C\overline{D}$

$\therefore \quad = \overline{B}\,\overline{D} + A\overline{C} + C\overline{D}$

ตอบ $\overline{B}\,\overline{D} + A\overline{C} + C\overline{D}$

ตัวอย่างที่ 4.14 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = (A+B)(A+\bar{A}B)C + \overline{\bar{A}(B+\bar{C})} + \bar{A}B + ABC$

$= (A+B)(A+B)C + A + \overline{B+\bar{C}} + \bar{A}C + ABC$

$= (A+B)C + A + \bar{B}C + \bar{A}B + ABC$

$= AC + BC + A + \bar{B}C + \bar{A}B + ABC$

$= A + AC + ABC + \bar{A}B + BC + \bar{B}C$

$= A + \bar{A}B + BC + \bar{B}C$

$= A + B + C(B + \bar{B})$

$\therefore \quad = A + B + C$

ตอบ $A + B + C$

ตัวอย่างที่ 4.15 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = ABC + ABD + \bar{A}B\bar{C} + CD + B\bar{D}$

$= B(AC + AD + \bar{A}\bar{C} + \bar{D}) + CD$

$= B(AC + \bar{A}\bar{C} + \bar{D} + A) + CD$

$= B(AC + A + \bar{C} + \bar{D}) + CD$

$= B(A + \overline{\overline{\bar{C} + \bar{D}}}) + CD$

$= B(A + \overline{\overline{\overline{CD}}}) + CD$

$= B(A + \overline{CD}) + CD$

$= BA + B\overline{CD} + CD$

$= B + BA + CD$

$\therefore \quad = B + CD$

ตอบ $B + CD$

ตัวอย่างที่ 4.16 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ $X = B\bar{C}(\bar{C} + \bar{C}A) + (\bar{A} + \bar{C})(\bar{A}B + \bar{A}C)$

$= B\bar{C}(\bar{C}) + \bar{A}\bar{A}B + \bar{A}\bar{A}C + \bar{A}\bar{C}B + \bar{A}\bar{C}C$

$= B\bar{C} + \bar{A}B + \bar{A}C + \bar{A}\bar{C}B + 0$

$\therefore \quad = B\bar{C} + \bar{A}B + \bar{A}C$

ตอบ $B\bar{C} + \bar{A}B + \bar{A}C$

ถึงตรงนี้

ตัวอย่างที่ 4.17 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ

$$X = \overline{\bar{A}(B+\bar{C})} + \overline{A+\bar{B}} + ABC$$

$$= A + \overline{B + \bar{C}} + \overline{A + \bar{B}} + ABC$$

$$= A + ABC + \bar{B}C + \bar{A}B$$

$$= A + \bar{A}B + \underline{B}C$$

$$= A + B + \bar{B}C$$

$$\therefore \quad = A + B + C$$

ตอบ $A + B + C$

ตัวอย่างที่ 4.18 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

วิธีทำ

$$X = \overline{A\bar{B}C + AB + \overline{ABC} + A\bar{C} + AB\bar{C}}$$

$$= \overline{A\bar{B}C + AB + \overline{AB} + \bar{C} + A\bar{C}}$$

$$= \overline{A\bar{B}C + 1 + \bar{C}(1 + A)}$$

$$= \bar{1}$$

$$\therefore \quad = 0$$

ตอบ 0

จะเห็นได้ว่าการเขียนสมการพีชคณิตบูลีน สามารถแยกสมการออกได้เป็น 2 รูปแบบดังนี้

1. Sum of Product จะพบสมการประเภทนี้ได้จากตัวอย่างเสียเป็นส่วนใหญ่ เพราะสั้นและง่ายต่อการลดรูป จึงเป็นที่นิยมใช้มากที่สุดโดยมากรูปของสมการจะมีลักษณะดังนี้

$$X = A\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C + A\bar{B} + \bar{A}D\bar{C}$$

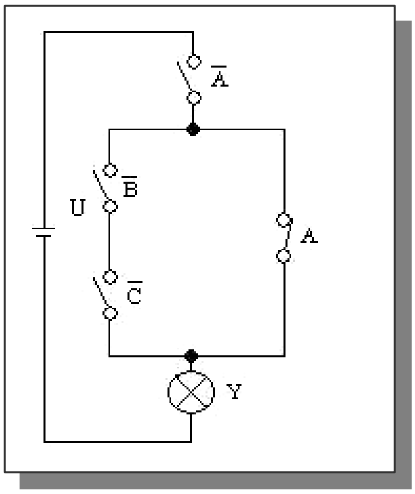
2. Product of Sum จะพบสมการประเภทนี้ได้จากตัวอย่างเสียเป็นส่วนน้อย เพราะว่าการเขียนสมการในลักษณะนี้ค่อนข้างยาวขณะลดรูปสมการดำเนินการยุ่งยากกว่าประเภทแรก แต่ก็ยังคงใช้อยู่ในปัจจุบันโดยมากรูปของสมการจะมีลักษณะดังนี้

$$X = (A + \bar{B} + CD) \bullet (A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}) \bullet (\bar{A} + D + \bar{C}) \bullet (A + \bar{B})$$

การเขียนสมการจากวงจรสวิตชิ่ง

วงจรสวิตชิ่ง (Switching Circuit) ซึ่งคงจะได้เคยเห็นกันมาบ้างแล้วในวงจรควบคุมต่าง ๆ วงจรสวิตชิ่งนี้สามารถนำมาเขียนเป็นสมการได้ โดยอาศัยทฤษฎีของบูลีน ในทำนองเดียวกันจากสมการเราก็สามารถนำมาเขียนเป็นวงจรสวิตชิ่งได้เช่นกัน ซึ่งจะเห็นได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4.19 จงเขียนสมการจากวงจรสวิตชิ่งต่อไปนี้



ภาพที่ 4.4 วงจรสวิตชิ่ง $Y = \overline{A}[(\overline{B} \bullet \overline{C}) + A]$

จากภาพ สามารถเขียนสมการได้ดังนี้ $Y = \overline{A}[(\overline{B} \bullet \overline{C}) + A]$ ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากหลักการต่อไปนี้

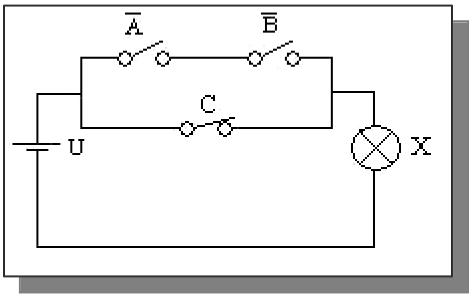
1. สวิตช์เปิดจะเขียนสัญลักษณ์แทนตัวแปรในสมการดังนี้ $\overline{A}$ หรือ $\overline{B}$ หรือ $\overline{C}$ เป็นต้น

2. สวิตช์ปิดจะเขียนสัญลักษณ์แทนตัวแปรในสมการด้วยตัวอักษรดังนี้ A หรือB หรือ C เป็นต้น

3. หากสวิตช์พ่วงต่อกันแบบลำดับให้นำตัวอักษรที่เรียกใช้แทนสวิตช์มาเขียนในลักษณะที่คูณกันเช่น (A.B)

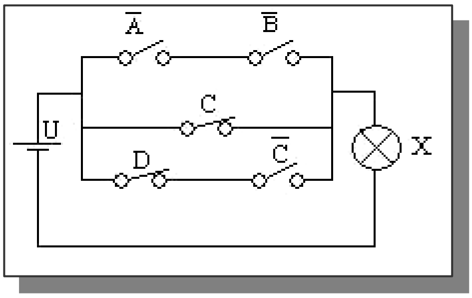
4. หากสวิตช์พ่วงต่อกันแบบขนานให้นำตัวอักษรที่เรียกใช้แทนสวิตช์มาเขียนในลักษณะที่บวกกันเช่น $\overline{A}+\overline{B}$

ตัวอย่างที่ 4.20 จงเขียนสมการจากวงจรสวิตชิ่งต่อไปนี้



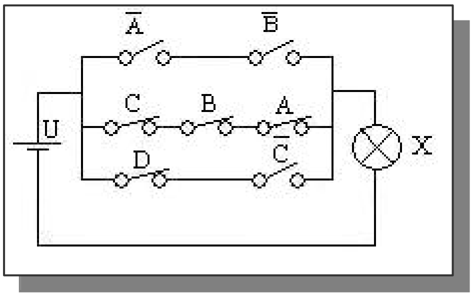
ภาพที่ 4.5 วงจรสวิตชิ่ง $X = \overline{A}.\overline{B}+C$

ตัวอย่างที่ 4.21 จงเขียนสมการจากวงจรสวิตชิ่งต่อไปนี้



ภาพที่ 4.6 วงจรสวิตชิ่ง $X = \overline{A}.\overline{B}+C+D.\overline{C}$

ตัวอย่างที่ 4.22 จงเขียนสมการจากวงจรสวิตชิ่งต่อไปนี้

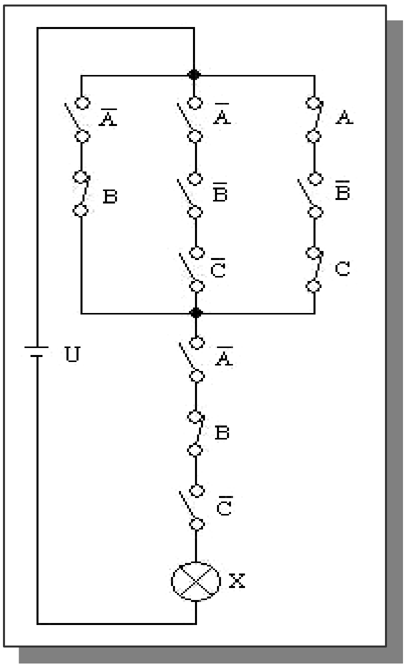


ภาพที่ 4.7 วงจรสวิตชิ่ง $X = \overline{A}.\overline{B}+C.B.A+D.\overline{C}$

การเขียนวงจรสวิตชิ่งจากสมการ

ตัวอย่างที่ 4.23 จงเขียนวงจรสวิตชิ่งจากสมการต่อไปนี้

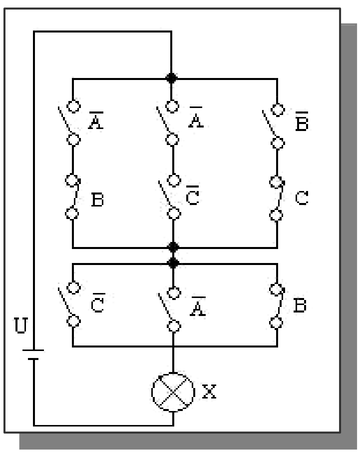
$$X = [\bar{A}B + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C].\bar{A}B\bar{C}$$



ภาพที่ 4.8 วงจรสวิตชิ่งที่เขียนจากสมการ $X = [\bar{A}B + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C].\bar{A}B\bar{C}$

ตัวอย่างที่ 4.24 จงเขียนวงจรสวิตชิ่งจากสมการต่อไปนี้

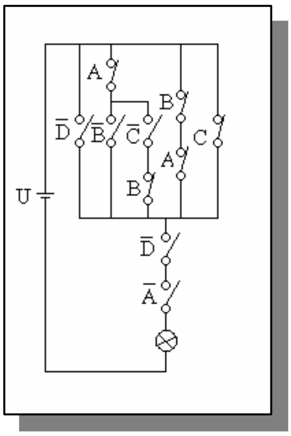
$$X = [\bar{A}B + \bar{A}\bar{C} + \bar{B}C].[\bar{C} + \bar{A} + B]$$



ภาพที่ 4.9 วงจรสวิตชิ่งที่เขียนจากสมการ $X=[\overline{A}B+\overline{A}\,\overline{C}+\overline{B}C].[\overline{C}+\overline{A}+B]$

การเขียนสมการจากวงจรสวิตชิ่งและการลดรูปสมการ

ตัวอย่างที่ 4.25 จงเขียนสมการจากวงจรสวิตชิ่งต่อไปนี้ และลดรูปสมการที่ได้ให้สั้นที่สุด



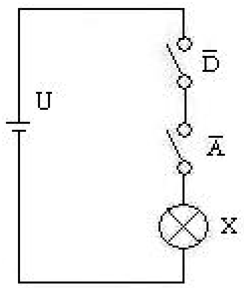
ภาพที่ 4.10 วงจรสวิตชิ่งที่เขียนเป็นสมการได้เป็น $X=[\overline{D}+A(\overline{B}+\overline{C}B)+BA+C].[\overline{D}.\overline{A}]$

ลดรูปสมการ

$$X=[\overline{D}+A(\overline{B}+\overline{C}B)+BA+C].[\overline{D}.\overline{A}]$$
$$=[\overline{D}+A\overline{B}+A\overline{C}B+BA+C].[\overline{D}.\overline{A}]$$
$$=[\overline{D}+A\overline{B}+(\overline{C}+1)AB+C].[\overline{D}.\overline{A}]$$
$$=[\overline{D}+A\overline{B}+AB+C].[\overline{D}.\overline{A}]$$
$$=[\overline{D}+A(\overline{B}+B)+C].[\overline{D}.\overline{A}]$$
$$=[\overline{D}+A+C].[\overline{D}.\overline{A}]$$
$$=(\overline{A}\,\overline{D}\,\overline{D}+A\overline{A}\,\overline{D}+\overline{A}C\overline{D})$$
$$=(\overline{A}\,\overline{D}+0+\overline{A}C\overline{D})$$
$$=(\overline{A}\,\overline{D}+\overline{A}C\overline{D})$$
$$=(\overline{A}\,\overline{D}(1+C)$$
$$\therefore \quad =\overline{A}\,\overline{D}$$

ตอบ $\overline{A}\,\overline{D}$

สมการที่สดรูปได้ $X = \overline{A}\overline{D}$ สามารถนำมาเขียนเป็นวงจรสวิตช์ใหม่ได้ดังนี้



ภาพที่ 4.11 วงจรสวิตชิ่งที่เขียนจากสมการหลังจากทำการลดรูป

สังเกตเห็นว่า จากวงจรสวิตช์ที่มีขนาดใหญ่ ใช้สวิตช์ประกอบวงจรเป็นจำนวนมาก เมื่อนำมาเขียนเป็นสมการและทำการลดรูป ผลลัพธ์ที่ได้ออกมาทำให้สมการสั้นลงกว่าเดิมมาก เมื่อได้สมการที่สั้นลงก็สามารถนำไปเขียนวงจรจะพบว่าใช้สวิตช์จำนวนลดน้อยลง แต่การทำงานยังคงให้ผลลัพธ์ที่เท่ากันกับวงจรสวิตช์ขนาดใหญ่ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อผู้ใช้เพราะสามารถลดต้นทุนในการผลิตวงจรได้เป็นจำนวนมาก

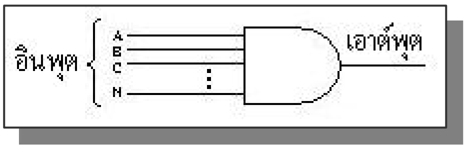
สัญลักษณ์ลอจิกเกต และตารางความจริง

ลอจิกเกตต่าง ๆ ซึ่งเป็นอุปกรณ์พื้นฐานในการศึกษาหลักการเบื้องต้นของวงจรดิจิตอลนั้นแบ่งตามคุณสมบัติการทำงานได้ดังนี้

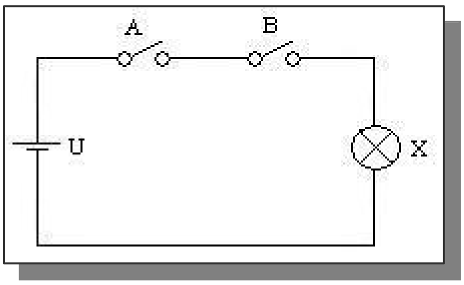
1. แอนด์เกต (AND Gate)
2. ออร์เกต (OR Gate)
3. น็อตเกต (NOT Gate หรือ Inverter)
4. แนนด์เกต (NAND Gate)
5. นอร์เกต (NOR Gate)
6. เกตพิเศษอื่น ๆ เช่น เอกซ์คลูซีฟออร์ (Exclusive OR Gate) และเอกซ์คลูซีฟนอร์ (Exclusive NOR Gate

1. แอนด์เกต

แอนด์เกต มีหลักการทำงานดังนี้ ถ้าอินพุตเป็น “1” ทั้งหมดจะส่งผลให้เอาต์พุตมีค่าเป็น 1 ด้วย ถ้าอินพุตตัวใดตัวหนึ่งมีค่าเป็น “0” จะส่งผลให้เอาต์พุตมีค่าเป็น “0” ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากวงจรพื้นฐานและตารางความจริงต่อไปนี้



ภาพที่ 4.12 สัญลักษณ์ของแอนด์เกต



ภาพที่ 4.13 วงจรพื้นฐานของแอนด์เกต

ตารางที่ 4.6 ตารางความจริงแอนด์เกต

อินพุต		เอาต์พุต
B	**A**	**X**
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

จากตารางความจริงจะพบว่า ถ้าอินพุตตัวใดตัวหนึ่งเป็น “0” จะส่งผลให้เอาต์พุตมีค่าเป็น “0” แต่ถ้าอินพุตทุกตัวเป็น “1” ผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าเป็น “1”

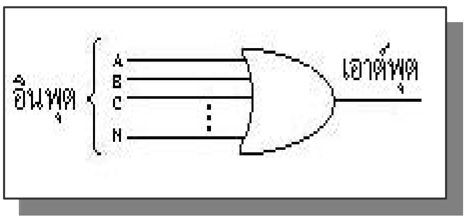
การพิจารณาเอาต์พุต ถ้าหลอดไฟดับ หมายถึงลอจิกเป็น “0” ถ้าหลอดไฟสว่าง หมายถึงลอจิกเป็น “1”

ข้อสังเกต

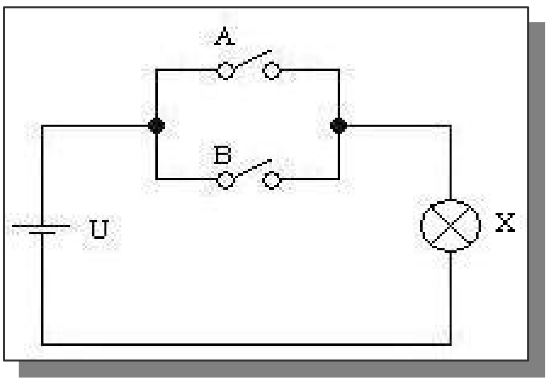
1. อินพุตพิจารณาแค่ 2 อินพุตเท่านั้น
2. ถ้าอินพุต A หรือ B off ถือเป็น “0”
3. ถ้าอินพุต A หรือ B on ถือ เป็น “1”
4. เอาต์พุต X ดับ ถือเป็น “0”
5. เอาต์พุต X สว่าง ถือเป็น “1”

2. ออร์เกต

การทำงานของออร์เกตมีดังนี้ ถ้าสัญญาณอินพุตใดอินพุตหนึ่งมีลอจิกเป็น “1” จะเป็นส่งผลให้เอาต์พุตเป็น “1” ถ้าสัญญาณอินพุตทุกตัวมีค่าเป็น “0” จะเป็นส่งผลให้เอาต์พุตเป็น “0” สามารถพิจารณาหลักการทำงานได้จาก สัญลักษณ์และตารางความจริงได้ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 4.14 วงจรพื้นฐานของออร์เกต



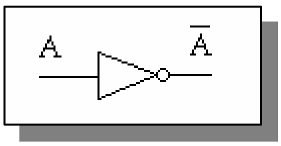
ภาพที่ 4.15 วงจรพื้นฐานของออร์เกต

ตารางที่ 4.7 ตารางความจริงออร์เกต

อินพุต		เอาต์พุต
B	**A**	**X**
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3. น็อตเกต

น็อตเกตมีหลักการทำงานดังนี้คือ ถ้าอินพุตมีค่าทางลอจิกเป็น “0” เอาต์พุตจะมีค่าเป็น “1” แต่ถ้าอินพุตเป็นมีค่าเป็น “1”สัญลักษณ์เอาต์พุตที่ปรากฏจะมีค่าเป็น “0” ซึ่งสังเกตได้ว่าเอาต์พุตจะมีผลตรงกันข้ามกับอินพุตเสมอ น็อตเกตมีสัญลักษณะและตารางาความจริงดังนี้



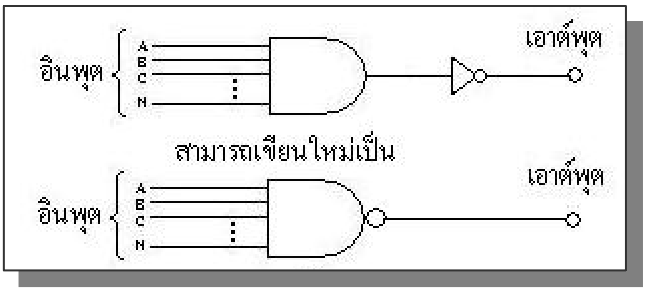
ภาพที่ 4.16 สัญลักษณ์ของน็อตเกต

ตารางที่ 4.8 ตารางความจริงน็อตเกต

อินพุต	เอาต์พุต
A	X
0	1
1	0

4. แนนด์เกต

เกตชนิดนี้ได้ถูกพัฒนามาจากแอนด์เกต และน็อตเกตโดยนำมาต่อร่วมกัน หลักการทำงานของแนนด์เกตมีลักษณะที่คล้ายกับแอนด์เกต ต่างกันตรงที่ให้ผลลัพธ์ออกมาตรงกันข้ามกับผลลัพธ์ของแอนด์เกต ซึ่งสามารถตรวจสอบการทำงานได้จากตารางความจริงต่อไปนี้



$X = \overline{A \bullet B \bullet C \bullet \ldots \bullet N}$

$X = \overline{A \bullet B \bullet C \bullet \ldots \bullet N}$

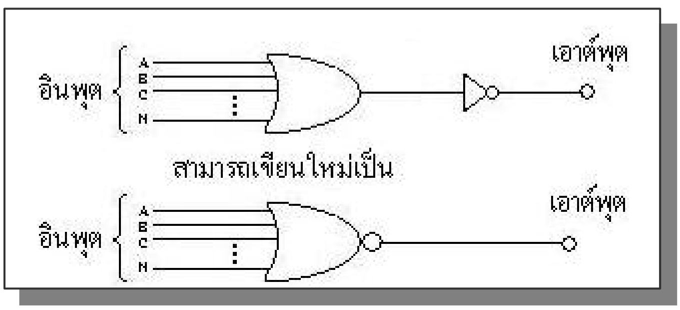
ภาพที่ 4.17 สัญลักษณ์ของแนนด์เกต

ตารางที่ 4.9 ตารางความจริงแนนด์เกต

อินพุต		**เอาต์พุต**
B	**A**	**X**
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

5. นอร์เกต

เกตชนิดนี้ได้ถูกพัฒนามาจากออร์เกต และน็อตเกตโดยนำมาต่อร่วมกัน หลักการทำงานของนอร์เกตมีลักษณะที่คล้ายกับออร์เกต ต่างกันตรงที่ให้ผลลัพธ์ออกมาตรงกันข้ามกับผลลัพธ์ของออร์เกต ซึ่งสามารถตรวจสอบการทำงานได้จากตารางความจริงต่อไปนี้



$X = \overline{A + B + C + \ldots + N}$

$X = \overline{A + B + C + \ldots + N}$

ภาพที่ 4.18 สัญลักษณ์ของนอร์เกต

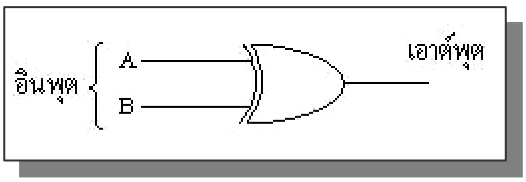
ตารางที่ 4.10 ตารางความจริงนอร์เกต

อินพุต		เอาต์พุต
B	A	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

6. เกตพิเศษอื่น ๆ

นอกจากเกตชนิดต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ยังมีเกตชนิดพิเศษอื่น ๆ ที่เกิดจากการนำเกตชนิดต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้งานดังต่อไปนี้

6.1 เอกซ์คลูซีฟออร์เกต เกตชนิดนี้เกิดจากการนำเอา น็อตเกต แอนด์เกต และออร์เกต มาต่อร่วมกันตามสมการที่กำหนดขึ้น หลักการทำงานสามารถพิสูจน์ได้จากตารางความจริง ปกติสัญญาณอินพุตจะต้องมีเพียง 2 อินพุตเท่านั้น สัญญาณเอาต์พุตที่ปรากฏจะมีค่าลอจิกเป็น “1” ก็ต่อเมื่อ อินพุต A และ B มีค่าเป็น “0” และ “1” หรือตรงกันข้ามกัน แต่ถ้าอินพุต A และ B มีค่าเป็น “0” หรือ “1” ทั้งคู่เอาต์พุตจะมีค่าทางลอจิกเป็น “0”



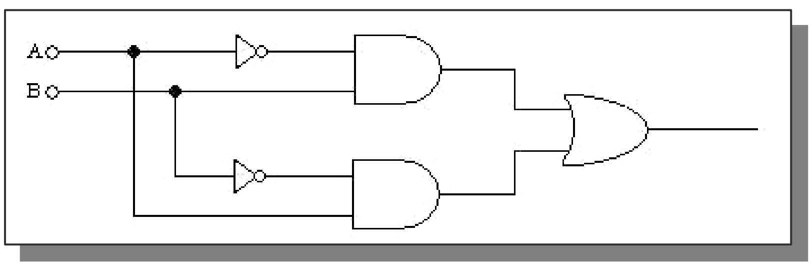
$X = A \oplus B$ หรือ

$= \bar{A}B + A\bar{B}$ หรือ

$= \overline{AB + \bar{A}\bar{B}}$

ภาพที่ 4.19 สัญลักษณ์ของเอกซ์คลูซีฟออร์เกต

ตารางที่ 4.11 ตารางความจริงของเอกซ์คลูซีฟออร์เกต



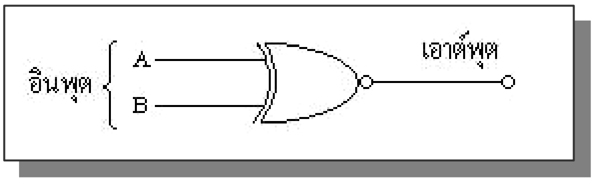
$$X = \bar{A}B + A\bar{B}$$

ภาพที่ 4.20 โครงสร้างภายในของเอกซ์คลูซีฟออร์เกต

ตารางที่ 4.12 ตารางความจริงของเอกซ์คลูซีฟออร์เกต

B	A	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

6.2 เอกซ์คลูซีฟนอร์เกต เกตชนิดนี้คล้ายกับเอกซ์คลูซีฟออร์เกต ซึ่งเกิดจากการนำเอาเกตชนิดอื่นมาประยุกต์ใช้งาน แต่จะต่างกันตรงที่ค่าที่ได้จากเอาต์พุตจะตรงกันข้ามกัน ซึ่งหมายความว่าถ้าสัญญาณอินพุตนั้นเป็น “1” หรือ “0” ทั้งคู่จะเป็นผลทำให้เอาต์พุตมีค่าเป็น “1” ทันที แต่ถ้าสัญญาณอินพุตตัวหนึ่งมีค่าเป็น “1” และอีกตัวหนึ่งมีค่าเป็น “0” จะทำให้เอาต์พุตมีค่าเป็น “0” เกตชนิดนี้มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า คอมพาเรเตอร์ (Comparator)



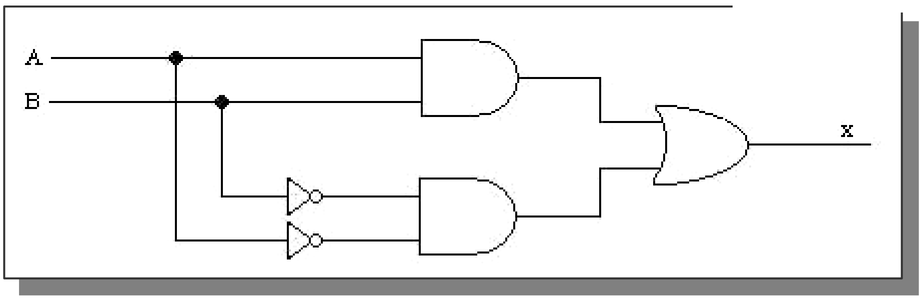
$X = \overline{A \oplus B}$ หรือ

$= \overline{\bar{A}B + A\bar{B}}$ หรือ

$= (A + \bar{B})(\bar{A} + B)$ หรือ

$= AB + \bar{A}\bar{B}$

ภาพที่ 4.21 สัญลักษณ์ของเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต



ภาพที่ 4.22 โครงสร้างภายในของเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต ที่เขียนจากสมการ $X = AB + \bar{A}\bar{B}$

ตารางที่ 4.13 ตารางความจริงของเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต

B	A	X

0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

7. ตารางความจริง

ตารางความจริงนี้จำเป็นอย่างมากที่จะต้องใช้เพื่อศึกษาเกี่ยวกับการทำงานของวงจรลอจิก เพื่อยึดหลักการออกแบบเงื่อนไขต่าง ๆ ซึ่งจะต้องใช้วงจรลอจิก ตารางความจริงนี้ขึ้นอยู่กับอินพุต ว่ามีกี่ตัวแปร ซึ่งส่วนใหญ่แล้วที่นิยมใช้ จะมี 2 อินพุต 3 อินพุต และ 4 อินพุต การหาค่าอินพุตนั้น สามารถคำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้

จำนวนอินพุต = 2^N

เมื่อ N คือ จำนวนตัวแปรของอินพุต

ตัวอย่างที่ 4.26 จงคำนวณขนาดของตารางความจริง 2 อินพุต และเขียนให้ถูกต้อง

วิธีทำ 2^N N ในที่นี้ คือ จำนวนตัวแปรของอินพุต

เช่น สมมติให้ตัวแปรเป็น A และ B

ฉะนั้น 2^2 มีค่า = 4 คือเริ่มตั้งแต่ 0 ไปจนถึง 3

จะได้ตารางความจริง 2 อินพุต ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.14 ตารางความจริง 2 อินพุต

เลขฐานสิบ	A	B	เอาต์พุต
0	0	0	X
1	0	1	X
2	1	0	X
3	1	1	X

หมายเหตุ X ในที่นี้หมายถึง เอาต์พุตจะมีลอจิกเป็น “1” หรือลอจิก “0” ก็ได้ ตามความต้องการของ ผู้ออกแบบ

ตัวอย่างที่ 4.27 จงคำนวณขนาดของตารางความจริง 3 อินพุต และเขียนให้ถูกต้อง

วิธีทำ 2^N N ในที่นี้ คือ จำนวนตัวแปรของอินพุต

เช่น สมมติให้ตัวแปรเป็น A , B และ C

ฉะนั้น 2^3 มีค่า = 8 คือเริ่มตั้งแต่ 0 ไปจนถึง 7

จะได้ตารางความจริง 3 อินพุต ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.15 ตารางความจริง 3 อินพุต

เลขฐานสิบ	C	B	A	เอาต์พุต
0	0	0	0	X
1	0	0	1	X
2	0	1	0	X
3	0	1	1	X
4	1	0	0	X
5	1	0	1	X
6	1	1	0	X
7	1	1	1	X

ตัวอย่างที่ 4.28 จงคำนวณขนาดของตารางความจริง 4 อินพุต และเขียนให้ถูกต้อง

2^4 = 16 คือ 0 ถึง 15

วิธีทำ 2^N N ในที่นี้ คือ จำนวนตัวแปรของอินพุต

เช่น สมมติให้ตัวแปรเป็น A , B , C และ D

ฉะนั้น 2^4 มีค่า = 16 คือเริ่มตั้งแต่ 0 ไปจนถึง 15

จะได้ตารางความจริง 4 อินพุต ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.16 ตารางความจริง 4 อินพุต

เลขฐานสิบ	D	C	B	A	เอาต์พุต
0	0	0	0	0	X
1	0	0	0	1	X
2	0	0	1	0	X
3	0	0	1	1	X

4	0	1	0	0	X
5	0	1	0	1	X
6	0	1	1	0	X
7	0	1	1	1	X
8	1	0	0	0	X
9	1	0	0	1	X
10	1	0	1	0	X
11	1	0	1	1	X
12	1	1	0	0	X
13	1	1	0	1	X
14	1	1	1	0	X
15	1	1	1	1	X

สรุป

การออกแบบวงจรดิจิตอล หรือวงจรอิเล็กทรอนิกส์ให้ ประหยัดและได้คุณภาพสูงสุด ผู้ออกแบบจำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจในการออกแบบเป็นอย่างดี และจะต้องมีความรู้พื้นฐานในเรื่องต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการออกแบบวงจรอย่างแม่นยำ ความรู้ความเข้าใจดังกล่าวได้แก่ วงจรพื้นฐานและตารางความจริงของระบบไฟฟ้า หรือวงจรดิจิตอล ซึ่งจะทำให้ทราบการทำงานเบื้องต้นว่าถ้าต่อวงจรลักษณะใดผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นอย่างไร ซึ่งวงจรพื้นฐานโดยทั่วไปจะมีอยู่ 3 ประเภทได้แก่ วงจรอนุกรม วงจรขนาน และวงจรผสม ในการออกแบบวงจรดิจิตอลถ้าผู้ออกแบบไม่มีความรู้ความเข้าใจดีพอจะทำให้สิ้นเปลืองงบประมาณในการใช้อุปกรณ์ที่จะนำมาประกอบวงจร ทฤษฎีพีชคณิตบูลีนเป็นเรื่องสำคัญสำหรับนักออกแบบวงจร เพราะเครื่องมือชนิดนี้จะช่วยให้ผู้ออกแบบลดรูปสมการได้กะทัดรัดที่สุดส่งผลให้ ลดค่าใช้จ่ายและประหยัดงบประมาณในการออกแบบ

สิ่งสำคัญยิ่งอย่างหนึ่งสำหรับผู้ออกแบบวงจรจะต้องทราบและต้องทำความเข้าใจนั่นก็คือสัญลักษณ์ และตารางความจริงของลอจิกเกตชนิดต่าง ๆ เพราะจะต้องนำมาใช้ให้ถูกกับสมการที่ได้ออกแบบไว้ หากหยิบมาใช้ผิดประเภทก็ส่งผลให้ผลลัพธ์ที่ได้เปลี่ยนไป สำหรับตารางความจริงก็จะมีส่วนช่วยให้ผู้ออกแบบหรือผู้พัฒนาได้ตรวจสอบการทำงานของลอจิกเกตหรือวงจรได้อย่าง

ถูกต้อง แม่นยำ ฉะนั้นสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้นับว่าเป็นส่วนสำคัญอย่างยิ่งที่นักออกแบบวงจรต้องทำความเข้าใจและต้องเรียนรู้ให้เข้าใจอย่างท่องแท้

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงใช้ตารางความจริงพิสูจน์ว่าสมการต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่

   ก. $B\overline{C} + BC\overline{D} + BCD + AB = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + AB$

   ข. $A\overline{B} + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}B = \overline{AB}$

   ค. $(A+B) + (A+\overline{B})(\overline{A}+B) = AB$

2. จงใช้ทฤษฎีของบูลีนพิสูจน์ว่า

   ก. $\overline{A} + AB + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C = 1$

   ข. $\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}} = (A+B+C)(\overline{B}+C+D)(A+C+D)$

   ค. $(\overline{A}+C)(\overline{B}+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C}) = \overline{A}\,\overline{B}$

   ง. $\overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}D + \overline{A}BC\overline{D} = \overline{A}$

   จ. $\overline{B + \overline{\overline{A}\,\overline{B}}} + AB\overline{C} + \overline{(\overline{A+B)(\overline{\overline{A}+C}})} = (\overline{A}+\overline{C})\overline{B}$

   ฉ. $\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC} = 0$

   ช. $\overline{(A+B)(\overline{B}+C)(A+C)} = \overline{A\overline{B} + BC}$

   ซ. $\overline{A}(A+\overline{B})(A+B+C)(A+B+\overline{C}) = 0$

   ฌ. $\overline{A\overline{B} + \overline{B}C + A\overline{C}} = (\overline{A}+C)(B+\overline{C})$

3. จากข้อ 2 ตั้งแต่ข้อ (ก) – (ฌ) นำเอาสมการทางซ้ายมือและทางขวามือ ซึ่งมีค่าเท่ากัน นำมาเขียนวงจรลอจิกทั้ง 2 รูป พร้อมกันนั้นใช้ตารางความจริงพิสูจน์ว่าเท่ากันหรือไม่

4. จงเขียนสวิตชิ่งจากสมการต่อไปนี้

   ก. $X = A\overline{B} + A\overline{B}C\overline{D} + D\overline{A} + B\overline{A}C + \overline{A}\,\overline{D}B + \overline{C}\,\overline{D} + AB + C\overline{B}$

   ข. $X = B\overline{B}D + \overline{A}CD + DBAC + \overline{B}A\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + \overline{D}\,\overline{B} + \overline{C}D$

   ค. $X = [A\overline{D}C\overline{B} + \overline{A}DC\overline{B} + CD + ABCD][B\overline{C}D + BAD + BAC + \overline{B}A\overline{D}]$

เอกสารอ้างอิง

นภัทร วัจนเทพินทร์. 2545. **วงจรดิจิตอล ภาคปฏิบัติ.** กรุงเทพมหานคร : สยามสปอร์ต ซินดิเคท.

บัณฑิต บัวบูชา. 2545. **ทฤษฎีและการออกแบบวงจรดิจิตอล.** กรุงเทพมหานคร : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.

มงคล ทองสงคราม. 2545. **ดิจิตอลเบื้องต้น.** กรุงเทพมหานคร : รามาการพิมพ์.

รัฐวุฒิ ประทุมราช. 2545. **การออกแบบวงจรดิจิตอล.** กรุงเทพมหานคร : ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด.

สมโชค ลักษณะโต. 2543. **ปฏิบัติวงจรดิจิตอล 1**. กรุงเทพมหานคร : เอมพันธ์ จำกัด.